ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2005

ΘΕΜΑ 1ο

α)

Ώρες x_i	Συχνότητα ν_i	Αθροιστική συχνότητα	Μέσο διαστήματος K_i	$K_i\nu_i$
[0, 2)	5	5	1	5
[2, 4)	10	15	3	30
[4, 6)	20	35	5	100
[6, 8)	10	45	7	70
[8, 10)	5	50	9	45
Αθροίσματα	50	....	....	250

β)

$$\overline{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{k} x_i \nu_i = \frac{250}{50} = 5 \text{ ώρες}$$

γ)

5 + 10 + 20 = 35 υπάλληλοι

δ)

$$S^2 = \frac{5(1-5)^2 + 10(3-5)^2 + 20(5-5)^2 + 10(7-5)^2 + 5(9-5)^2}{50} =$$

$$= \frac{5\cdot16 + 10\cdot4 + 20\cdot0 + 10\cdot4 + 5\cdot16}{50} =$$

$$= \frac{80+40+40+80}{50} = \frac{240}{50} = 4{,}8 \text{ ώρες}$$

ΘΕΜΑ 2ο

α)

$$f(0) = \frac{0^2 - 5\cdot0 + 6}{2-0} = \frac{6}{2} = 3 \ ,$$

$f(3) = 3^3 - 3\cdot3^2 + 2\cdot3 + 1 = 27 - 27 + 6 + 1 = 7$

β)

$$\lim_{x\to2^-} f(x) = \lim_{x\to2^-} \frac{x^2-5x+6}{2-x} = \lim_{x\to2^-} \frac{(x-2)(x-3)}{-(x-2)} = \lim_{x\to2^-} \frac{(x-3)}{-1} = 1$$

γ)

$$\lim_{x\to2^+} f(x) = \lim_{x\to2^+} (x^3 - 3x^2 + 2x + 1) = 2^3 - 3\cdot2^2 + 2\cdot2 + 1 = 8 - 12 + 4 + 1 = 1$$

δ)

Επειδή $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = f(2) = 1$ η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_o = 2$

ΘΕΜΑ 3ο

α)

$f\,'(x) = (x^2 + \alpha x + 5)' = (x^2)' + (\alpha x)' + 5' = 2x + \alpha$

β)

Θα πρέπει να ισχύει $f\,'(-1) = 0 \iff -2 + \alpha = 0 \iff \alpha = 2$

γ)

Για $\alpha = 2$ έχουμε $f\,'(x) = 2x + 2$

$f\,'(x) > 0 \iff 2x + 2 > 0 \iff x > -1$

$f\,'(x) < 0 \iff 2x + 2 < 0 \iff x < -1$

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[-1\,,\ +\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty,\ -1]$

ΘΕΜΑ 4ο

α)

$K(5) = 4\cdot 5^2 + 30 = 100 + 30 = 130$ χιλιάδες ευρώ

β)

$P(x) = E(x) - K(x) = 3x^2 + 20x - 4x^2 - 30 = -x^2 + 20x - 30$

γ)

$P'(x) = (-x^2 + 20x - 30)' = (-x^2) + (20x)' - 30' = -2x + 20$

δ)

$P'(x) = 0 \iff -2x + 20 = 0 \iff -2x = -20 \iff x = 10$

$P'(x) > 0 \iff -2x + 20 > 0 \iff -2x > -20 \iff x < 10$

$P'(x) < 0 \iff -2x + 20 < 0 \iff -2x < -20 \iff x > 10$

Επομένως η συνάρτηση P είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (0, 10] και γνησίως φθίνουσα στο [10, 20]. Παρουσιάζει δε μέγιστο για $x = 10$, οπότε το μέγιστο κέρδος προκύπτει όταν το ναυπηγείο κατασκευάζει 10 σκάφη .